

О зависимости коэффициентов Шмульяна и Бергера

Винберг Федор, novus-sport@yandex.ru

Часто при проведении турниров по игровым видам спорта используется круговая система, когда каждый участник играет с каждым. Не редкость когда игроки набирают одинаковое количество очков, и тогда для определения занятых этими игроками мест используют коэффициенты Бергера и Шмульяна. Если же одного коэффициента недостаточно, необходимо найти другой критерий сравнения. Напрашивается вариант подсчета второго коэффициента. Покажем, что это не имеет смысла.

Введем обозначения:

$i = 1, \dots, N$ – номер игрока,

w_i – количество очков набранных i -м игроком,

a_{ij} – исход встречи i -го и j -го игроков, с возможными значениями $1, \frac{1}{2}, 0$.

Коэффициент Бергера для i -го игрока определяется по формуле:

$$KB_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N a_{ij} w_j$$

а коэффициент Шмульяна - по формуле:

$$KS_i = 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \left(a_{ij} - \frac{1}{2} \right) w_j$$

Преобразуем его:

$$KS_i = 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N a_{ij} w_j - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N w_j = 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N a_{ij} w_j - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N w_j - w_i + w_i = 2KB_i - \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N w_j + w_i \right) + w_i =$$

$$2KB_i - \sum_{j=1}^N w_j + w_i = 2KB_i - C + w_i$$

В результате:

$$KS_i = 2KB_i + w_i - C,$$

где $C = \sum_{j=1}^N w_j$ – константа (сумма очков набранных всеми участниками).

Таким образом, коэффициент Шмульяна линейно зависит от коэффициента Бергера и количества набранных игроком очков. Т.е. если у двух игроков одинаковое количество очков ($w_i = w_j$) и равный коэффициент Бергера ($KB_i = KB_j$), то коэффициент Шмульяна у них тоже будут одинаковым.

$$KS_i = 2KB_i + w_i - C = 2KB_j + w_j - C = KS_j$$

Следовательно, при круговой системе проведения турнира для определения мест занятых игроками, набравшими одинаковое количество очков, использование коэффициентов Бергера и Шмульяна равноценны, и использование обоих вместе не дает дополнительной информации.